

# 1. oldal - Alapfogalmak: U, I, R, P és az áramköri jelölések

Vizsgafelkészítő: egyenáramú, főként ellenállásos áramkörök. A rajzokban a zöld nyíl az áramot, a piros jelölés a feszültséget mutatja.

## A négy legfontosabb mennyiség

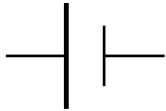
| Mennyiség    | Jel | Mértékegység     | Lényeg                                                        |
|--------------|-----|------------------|---------------------------------------------------------------|
| Feszültség   | U   | volt (V)         | Két pont közötti elektromos potenciálkülönbség.               |
| Áramerősség  | I   | amper (A)        | Időegység alatt átáramló töltés; csomópontnál ágakra oszthat. |
| Ellenállás   | R   | ohm ( $\Omega$ ) | Megmutatja, mennyire akadályozza az elem az áramot.           |
| Teljesítmény | P   | watt (W)         | Az elektromos energia felhasználásának/átadásának sebessége.  |

**Ohm törvénye:**  $U = R \cdot I$  |  $I = U/R$  |  $R = U/I$

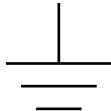
**Teljesítmény:**  $P = U \cdot I = I^2 R = U^2/R$  és  $E = P \cdot t$

Mértékegységek: 1 k $\Omega$  = 1000  $\Omega$ ; 1 mA = 0,001 A; 1 kW = 1000 W; 1 kWh = 3,6 MJ.

## Alapvető kapcsolási rajzjelek



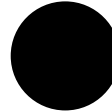
táp / elem



föld (GND)



ellenállás



lámpa



fogyasztó

Vezeték / csomópont: ideális vezeték ellenállását 0  $\Omega$ -nak vesszük, ezért az összefüggő vezeték minden pontja azonos potenciálon van. Két ilyen pont között  $U = 0$  V. A feszültség mindig két pont között értelmezett.

Csomóponti szabály (Kirchhoff I.): ami áram befolyik egy csomópontba, annak összege megegyezik a kifolyó áramok összegével.

Példa: 0,8 A beérkezik, 0,3 A az egyik ágon elmegy  $\rightarrow$  a másik ágon 0,5 A folyik.

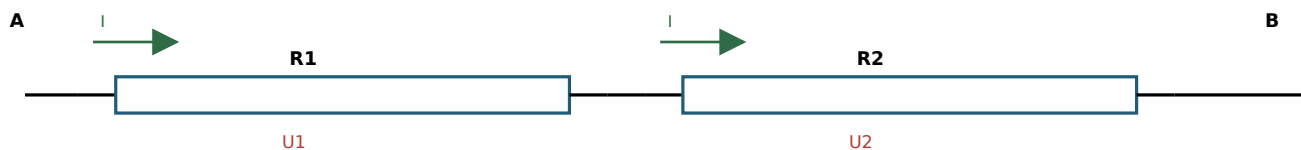
## Gyors példák

- 12 V egy 6  $\Omega$  ellenálláson:  $I = 12/6 = 2$  A,  $P = 12 \cdot 2 = 24$  W.
- 5 V, 20 mA LED-ág: a teljes ág teljesítménye  $P = 5 \cdot 0,020 = 0,10$  W.
- 230 V-os, 60 W-os izzó névleges árama:  $I = P/U = 60/230 \approx 0,261$  A; működési ellenállása közel  $R = U^2/P \approx 882$   $\Omega$ .

Biztonság: a 230 V hálózati feszültség életveszélyes. A példák számítási feladatok; valódi hálózati szerelést csak megfelelő képzéssel és biztonsági eljárásokkal.

## 2. oldal - Két és három ellenállás sorosan és párhuzamosan

### Két ellenállás sorosan



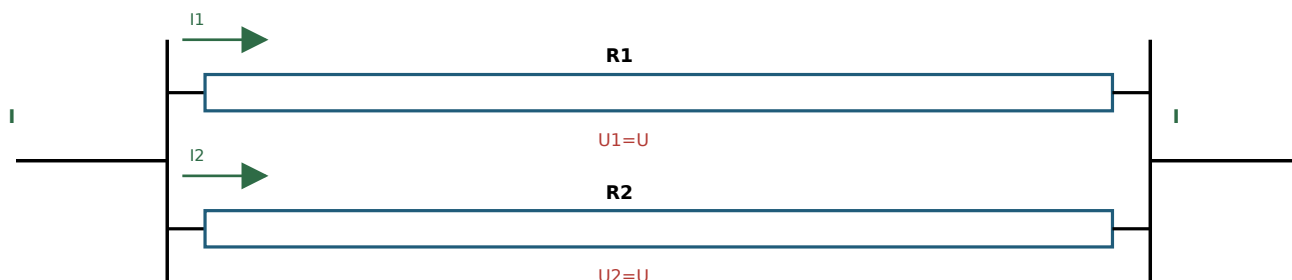
**Soros: I minden elemen azonos;  $U = U_1 + U_2 + \dots$**

Soros kapcsolásnál ugyanaz az áram folyik minden ellenálláson. A teljes feszültség az egyes feszültségesések összege:  $U = U_1 + U_2$ . Mivel  $U = IR$ , ezért:

$$R_{\text{eredő}} = R_1 + R_2$$

Példa:  $R_1 = 100 \, \Omega$ ,  $R_2 = 220 \, \Omega \rightarrow R = 320 \, \Omega$ . 12 V tápról  $I = 12/320 = 0,0375 \, \text{A} = 37,5 \, \text{mA}$ .  $U_1 = 3,75 \, \text{V}$ ,  $U_2 = 8,25 \, \text{V}$ ; összegük 12 V.

### Két ellenállás párhuzamosan



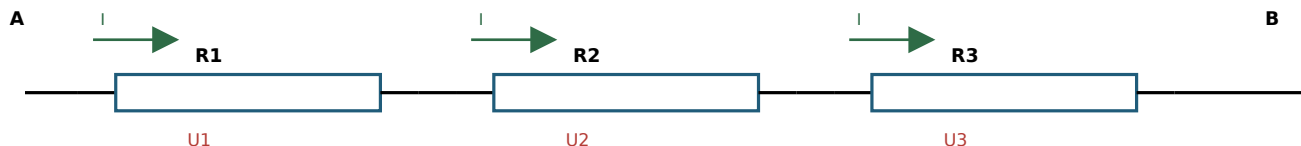
**Párhuzamos: U minden ágon azonos;  $I = I_1 + I_2 + \dots$**

Párhuzamos kapcsolásnál az ágak két vége ugyanahhoz a két csomóponthoz csatlakozik, ezért  $U_1 = U_2 = U$ . Az ágáramok összeadódnak:  $I = I_1 + I_2$ .

$$1/R_e = 1/R_1 + 1/R_2 \rightarrow R_e = (R_1 R_2) / (R_1 + R_2)$$

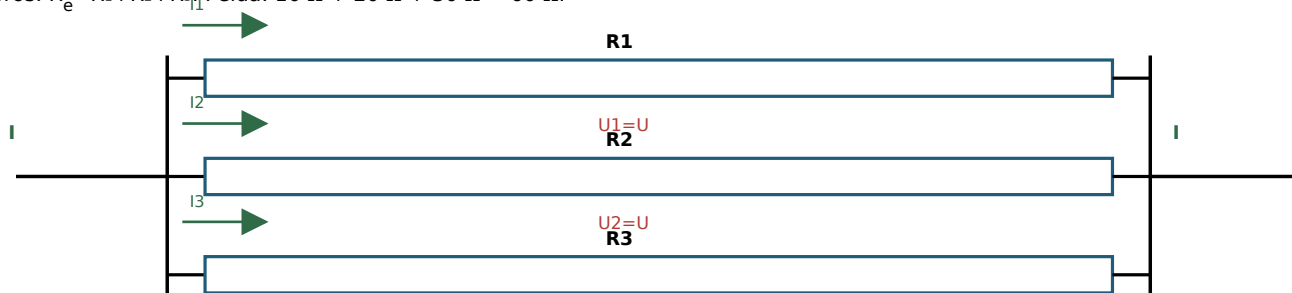
Példa:  $100 \, \Omega \parallel 300 \, \Omega \rightarrow R = (100 \cdot 300) / (400) = 75 \, \Omega$ . 12 V esetén  $I_1 = 120 \, \text{mA}$ ,  $I_2 = 40 \, \text{mA}$ , összesen  $I = 160 \, \text{mA}$ . Ellenőrzés:  $12/75 = 160 \, \text{mA}$ .

### Három ellenállás



**Soros: I minden elemen azonos;  $U = U_1 + U_2 + \dots$**

Soros:  $R_e = R_1 + R_2 + R_3$ . Példa:  $10 \, \Omega + 20 \, \Omega + 30 \, \Omega = 60 \, \Omega$ .



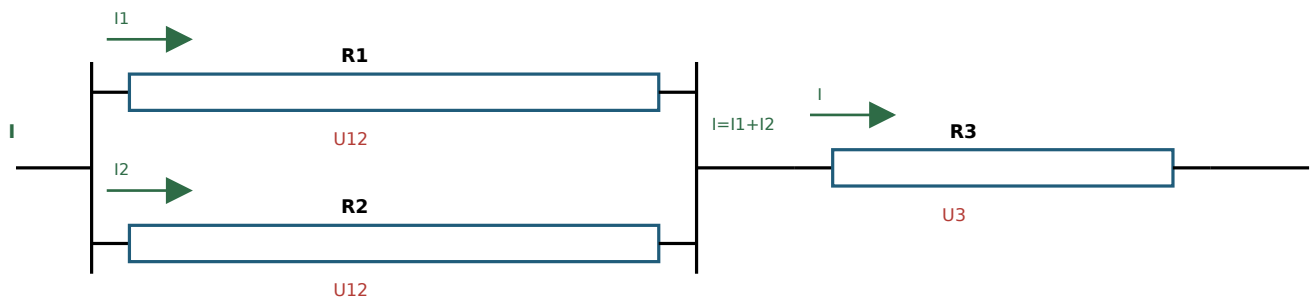
**Párhuzamos: U minden ágon azonos;  $I = I_1 + I_2 + \dots$**

Párhuzamos:  $1/R_e = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$ . Példa:  $60 \, \Omega \parallel 30 \, \Omega \parallel 20 \, \Omega \rightarrow 1/R_e = 1/60 + 1/30 + 1/20 = 6/60 \rightarrow R_e = 10 \, \Omega$ .

**Gyors észrevétel: soros eredő mindig nagyobb bármelyik tagellenállásnál; párhuzamos eredő mindig kisebb a legkisebb párhuzamos ellenállásnál. Ez kiváló hibakereső ellenőrzés.**

### 3. oldal - Vegyes kapcsolások és az „egyetlen ellenállással helyettesítés”

#### 2+1 kapcsolás: két párhuzamos + egy soros



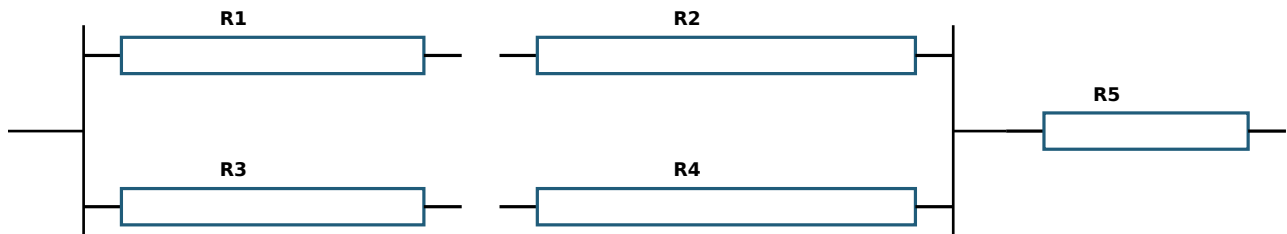
**$R_1 \parallel R_2$  egyetlen  $R_p$  ellenállással helyettesíthető, majd  $R_p$  sorba kerül  $R_3$ -mal.**

A módszer: először keresd meg azt a részt, amely tisztán soros vagy párhuzamos. Helyettesítsd egy eredővel, majd egyszerűsíts tovább. Az eredő kívülről nézve ugyanazt az U-I kapcsolatot adja, mint az eredeti ellenálláshálózat.

Minta:  $R_1=100\ \Omega$ ,  $R_2=300\ \Omega$  párhuzamosan, ez sorban  $R_3=25\ \Omega$ -mal.  $R_1 \parallel R_2 = 75\ \Omega \rightarrow R_e = 75 + 25 = 100\ \Omega$ . 10 V tápról  $I = 10/100 = 0,10\ \text{A}$ .  $R_3$ -on  $U_3 = 0,10 \cdot 25 = 2,5\ \text{V}$ , tehát a párhuzamos részen 7,5 V van.  $I_1 = 7,5/100 = 75\ \text{mA}$ ;  $I_2 = 7,5/300 = 25\ \text{mA}$ ;  $I_1 + I_2 = 100\ \text{mA}$ .

#### Négy-öt ellenállás: lépésenként

1. példa - 4 ellenállás: ( $R_1=120\ \Omega \parallel R_2=120\ \Omega$ ) sorban  $R_3=40\ \Omega$  és  $R_4=20\ \Omega$ . Párhuzamos pár:  $60\ \Omega$ . Ezután soros:  $60 + 40 + 20 = 120\ \Omega$ .
2. példa - 5 ellenállás:  $R_1=100\ \Omega$  és  $R_2=200\ \Omega$  sorban  $\rightarrow 300\ \Omega$ .  $R_3=150\ \Omega$  és  $R_4=150\ \Omega$  sorban  $\rightarrow 300\ \Omega$ . Ez a két  $300\ \Omega$ -os ág párhuzamos  $\rightarrow 150\ \Omega$ . Ha ez sorban van  $R_5=50\ \Omega$ -mal, akkor  $R_e=200\ \Omega$ .



**$(R_1 + R_2) \parallel (R_3 + R_4)$ , majd  $+ R_5$**

#### Mikor NEM soros két ellenállás?

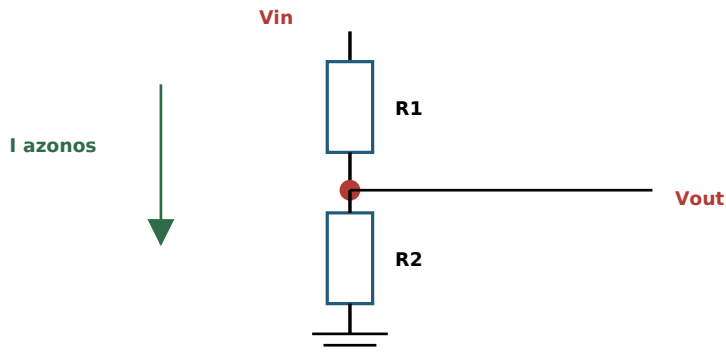
Két ellenállás csak akkor soros, ha a közös csomópontjukból nem ágazik le más út, tehát ugyanaz az áram kényszerül át mindkettőn. Két ellenállás csak akkor párhuzamos, ha mindkét végük ugyanahhoz a két csomóponthoz kapcsolódik. A rajz alakja félrevezethet - mindig a csomópontokat nézd.

#### Mini feladat

$R_1=20\ \Omega$  és  $R_2=30\ \Omega$  soros; ez az  $50\ \Omega$ -os ág párhuzamos  $R_3=50\ \Omega$ -mal; utána sorban  $R_4=10\ \Omega$ . Eredő:  $50 \parallel 50 = 25\ \Omega$ ;  $+10\ \Omega \rightarrow 35\ \Omega$ . 7 V tápról az áramerősség  $7/35 = 0,20\ \text{A}$ .

## 4. oldal - Feszültségosztó: képlet, logika és terhelés

### Két ellenállásos feszültségosztó



$R_1$  és  $R_2$  soros, ezért ugyanaz az  $I$  áram folyik rajtuk. A teljes ellenállás  $R_1 + R_2$ , így  $I = V_{in} / (R_1 + R_2)$ . A kimenet  $R_2$  feszültsége:  $V_{out} = I \cdot R_2$ . Ebből:

$$V_{out} = V_{in} \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$$

Logika: soros körben a feszültség az ellenállások arányában oszlik meg. Ha  $R_2$  az összellenállás 1/3-a, akkor  $V_{out}$  a bemenet 1/3-a. Egyenlő  $R$ -eknél  $V_{out} = V_{in} / 2$ .

Példa 12 V  $\rightarrow$  5 V körül:  $R_1 = 1,4 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1,0 \text{ k}\Omega \rightarrow V_{out} = 12 \cdot 1 / (1,4 + 1) = 5,0 \text{ V}$ . Az osztó árama  $12 / 2,4 \text{ k}\Omega = 5 \text{ mA}$ .

Példa 5 V  $\rightarrow$  3 V:  $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 3 \text{ k}\Omega \rightarrow V_{out} = 5 \cdot 3 / 5 = 3 \text{ V}$ ;  $I = 5 / 5 \text{ k}\Omega = 1 \text{ mA}$ .

### Fontos: a feszültségosztó terhelése

Az egyszerű képlet akkor pontos, ha a  $V_{out}$ -ra kötött fogyasztó gyakorlatilag nem vesz fel áramot. Ha egy  $R_L$  terhelés kerül  $V_{out}$  és GND közé, akkor  $R_2$ -vel párhuzamos: előbb  $R_2 || R_L$ -t kell kiszámítani, és ezt használni az osztó alsó ellenállásaként.

Minta:  $V_{in} = 12 \text{ V}$ ,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega \rightarrow$  terhelés nélkül 6 V. Ha  $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ , akkor  $R_2 || R_L = 500 \Omega$ , ezért  $V_{out} = 12 \cdot 500 / (1000 + 500) = 4 \text{ V}$ . A terhelés tehát „lehúzta” a kimenetet.

### LED előtét-ellenállás - alapmodell

Egyszerű LED-ágnál a tápfeszültségből levonjuk a LED közelítő nyitófeszültségét, a maradék jut az ellenállásra:  $R = (U_{táp} - U_{LED}) / I$ . Példa: 5 V táp, kb. 2 V-os LED, 10 mA  $\rightarrow R = (5 - 2) / 0,010 = 300 \Omega$ ; szabványos közeli érték például  $330 \Omega \rightarrow I \approx 9,1 \text{ mA}$ . Az ellenállás teljesítménye kb.  $I^2 R \approx 0,027 \text{ W}$ .

A LED nem ohmos ellenállás, a nyitófeszültsége típus- és áramfüggő. Vizsgafeladatban a megadott ULED értéket használd.

## 5. oldal - Teljesítmény, fogyasztás és összetettebb mintapéldák

### Teljesítmény és energia

$P=U \cdot I$ . Ellenálláson az Ohm-törvénnyel kombinálva  $P=I^2 R$  vagy  $P=U^2/R$ . Energia:  $E=P \cdot t$ . Háztartási fogyasztásnál gyakori a kWh: egy 1 kW-os fogyasztó 1 órán át  $\rightarrow$  1 kWh.

230 V példa: 1000 W-os fűtőtest névleges árama  $I=1000/230 \approx 4,35$  A. Közelítő működési ellenállása  $R=230^2/1000 \approx 52,9 \Omega$ .

12 V példa: 24 W-os autós fogyasztó  $I=24/12=2$  A,  $R=12/2=6 \Omega$ .

5 V példa: egy 5 V-os eszköz 0,8 A-t vesz fel  $\rightarrow P=5 \cdot 0,8=4$  W. 3 órán át: 12 Wh = 0,012 kWh.

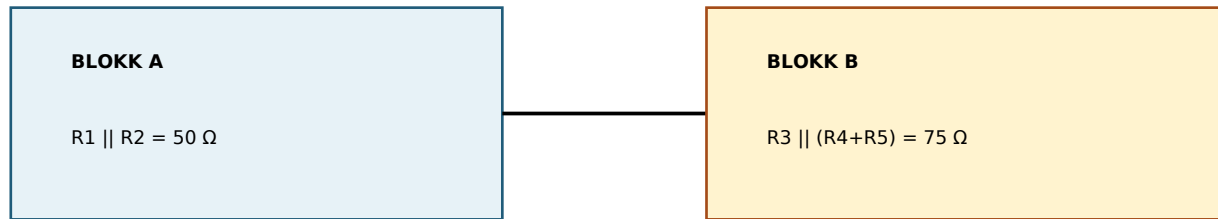
### Összetett példa A

12 V táp.  $R_1=60 \Omega$  sorban egy párhuzamos résszel:  $R_2=120 \Omega \parallel R_3=120 \Omega \parallel R_4=60 \Omega$ . A párhuzamos eredő:

$1/R_p=1/120+1/120+1/60=4/120 \rightarrow R_p=30 \Omega$ . Teljes eredő:  $60+30=90 \Omega$ . Összáram  $I=12/90=0,133$  A.  $R_1$  feszültsége  $\approx 8$  V, így a párhuzamos rész feszültsége  $\approx 4$  V. Ágáramok: 33,3 mA; 33,3 mA; 66,7 mA  $\rightarrow$  összeg  $\approx 133,3$  mA.

### Összetett példa B - két blokk

9 V táp. Első blokk:  $R_1=100 \Omega \parallel R_2=100 \Omega \rightarrow 50 \Omega$ . Második blokk:  $R_3=150 \Omega \parallel (R_4=100 \Omega + R_5=50 \Omega)$ .  $R_4+R_5=150 \Omega$ , ezért a második blokk  $150 \parallel 150=75 \Omega$ . A két blokk soros  $\rightarrow R_e=50+75=125 \Omega$ . Összáram  $I=9/125=72$  mA. Első blokk feszültsége 3,6 V, másodiké 5,4 V.



A két blokk soros  $\rightarrow$  az eredők összeadódnak.

### Ellenőrzések számolás után

- Soros feszültségek összege legyen a tápfeszültség.
- Csomópontban az ágáramok összege legyen az összáram.
- Párhuzamos ágakon azonos legyen a feszültség.
- Az összes fogyasztott teljesítmény ideális esetben egyezzen a táptól felvett  $P=U \cdot I$  teljesítménnyel.
- Nagyságrend: mA-t ne felejtssd A-ra váltani teljesítményszámításkor.

## 6. oldal - Vizsgastratégia + gyakorló feladatok rövid megoldással

### Hogyan állj neki egy áramköri feladatnak?

| 1 | Jelöld a csomópontokat                    | Az összefüggő ideális vezeték egy csomópont: minden pontja azonos feszültségű.                       |
|---|-------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2 | Keresd a tiszta soros/párhuzamos részeket | Soros: nincs leágazás a közös ponton. Párhuzamos: ugyanazon két csomópont közé vannak kötve.         |
| 3 | Egyszerűsíts eredőkkel                    | Kis blokk → egyetlen Re. Rajzold újra az egyszerűsített kört, ha kell.                               |
| 4 | Számold ki az összáramot                  | Ha már megvan Re és Utáp: $I = U/Re$ .                                                               |
| 5 | Haladj visszafelé                         | Soros résznél az áram azonos; párhuzamos résznél a feszültség azonos.                                |
| 6 | Használd Kirchhoffot                      | Csomópont: befolyó áram = kifolyó áramok összege. Hurok: feszültségemelkedések és -esések összege 0. |
| 7 | Ellenőriz                                 | Egységek, nagyságrend, soros U-összeg, párhuzamos I-összeg, teljesítmény.                            |

### Gyakorló feladatok

- 24 V táp, 100  $\Omega$  és 200  $\Omega$  sorban. Mennyi  $Re$ ,  $I$ ,  $U_1$ ,  $U_2$ ?  
Megoldás:  $Re=300 \Omega$ ;  $I=24/300=80 \text{ mA}$ ;  $U_1=8 \text{ V}$ ;  $U_2=16 \text{ V}$ .
- 12 V táp, 60  $\Omega$  és 30  $\Omega$  párhuzamosan. Mennyi  $Re$  és az ágáramok?  
Megoldás:  $Re=20 \Omega$ ;  $I_{\text{össz}}=0,6 \text{ A}$ ;  $I_1=0,2 \text{ A}$ ;  $I_2=0,4 \text{ A}$ .
- $R_1=100 \Omega \parallel R_2=100 \Omega$ , sorban  $R_3=50 \Omega$ ; Utáp=10 V. Számold ki az áramokat!  
Megoldás:  $R_p=50 \Omega$ ,  $Re=100 \Omega$ ,  $I=100 \text{ mA}$ .  $R_3$ -on 5 V, a párhuzamos blokkon 5 V;  $I_1=I_2=50 \text{ mA}$ .
- 5 V-os osztó:  $R_1=3 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2=2 \text{ k}\Omega$ . Mennyi  $V_{\text{out}}$  és  $I$ ?  
Megoldás:  $I=5/5 \text{ k}\Omega=1 \text{ mA}$ ;  $V_{\text{out}}=1 \text{ mA} \cdot 2 \text{ k}\Omega=2 \text{ V}$ .
- 12 V-on  $R_1=40 \Omega$  sorban [ $R_2=60 \Omega \parallel (R_3=20 \Omega + R_4=40 \Omega)$ ]. Mennyi  $Re$ ?  
Megoldás:  $R_3+R_4=60 \Omega$ ;  $60 \parallel 60=30 \Omega$ ;  $Re=40+30=70 \Omega$ ;  $I_{\text{össz}} \approx 171 \text{ mA}$ .

### Tipikus vizsgahibák

- A rajz kinézete alapján sorosnak nevezni két elemet anélkül, hogy a csomópontokat ellenőriznéd.
- Párhuzamos eredőnél összeadni az ellenállásokat.
- $\text{mA}$  és  $\text{A}$ ,  $\text{k}\Omega$  és  $\Omega$  összekeverése.
- Feszültséget egyetlen ponthoz rendelni referencia nélkül: mindig két pont közötti különbség.
- Feszültségosztónál elfelejteni, hogy a terhelés  $R_2$ -vel párhuzamos lehet.
- Az eredmény ellenőrzésének kihagyása. Egv 100  $\Omega \parallel 200 \Omega$  eredője például nem lehet 250  $\Omega$ .

**VIZSGA-MONDAT, AMIT ÉRDEMES FEJBEN TARTANI:** először csomópontok → aztán soros/párhuzamos blokkok → eredő → összáram → visszafelé feszültségek és ágáramok → ellenőrzés.